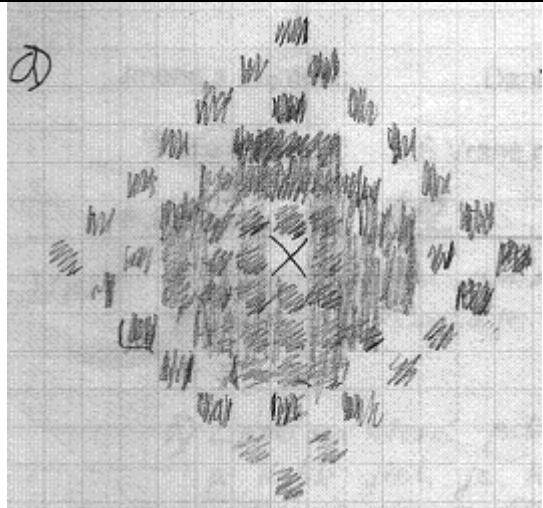
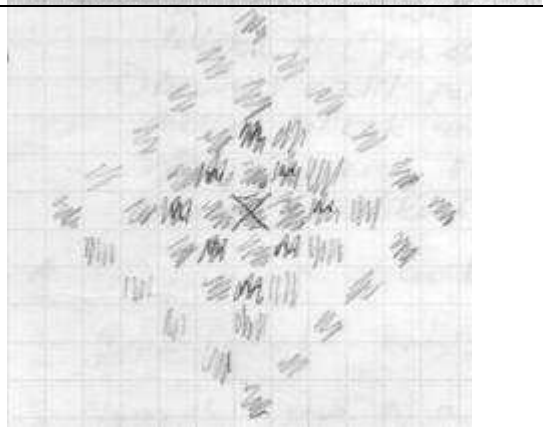
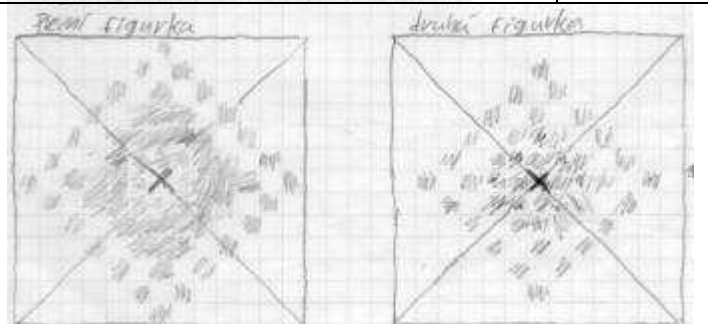


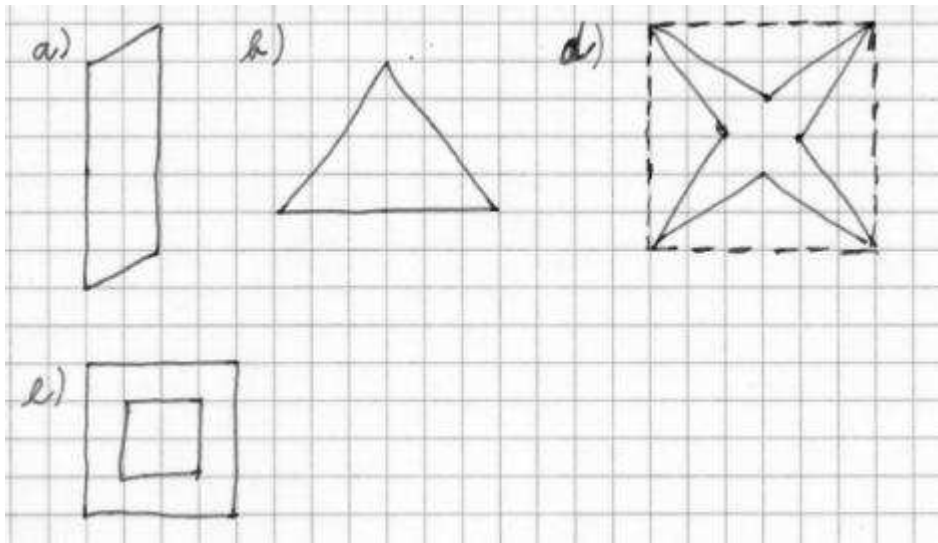
23. ročník - řešení 3. série

1. Nejkratší trasa má délku $m + n$, další jsou $m + n + 2$, $m + n + 4$, ... (Kroků navíc je sudý počet, protože každý „chybný“ krok musí být napraven.) Obecně tedy délka trasy je $m + n + 2k$, kde k je nezáporné celé číslo.
2. Na síti je celkem $220 \cdot 51 + 220 \cdot 50 = 22\,270$ provázků a $221 \cdot 51 = 11\,271$ uzlů. Ať už ale střídáme jakkoli, musí zůstat minimálně tolik provázků, aby vytvořily „řadu“ uzel – provázek – uzel – provázek - ... - provázek – uzel. Musí tedy zůstat minimálně o jeden provázek méně, než je počet uzlů. Rozstříhnout proto můžeme $22\,270 - (11\,271 - 1) = 11\,000$ provázků.

3.

a)		<p>Figurka se v šestém tahu může dostat z místa označeného X na vybarvená políčka plus na políčko výchozí. Políček, na která se může figurka dostat v šestém tahu, je 65.</p>
b)		<p>Druhá figurka se v pátém tahu může dostat z místa označeného X na vybarvená políčka + na políčko výchozí. Políček, na která se může figurka dva dostat v pátém tahu, je 45. $65 - 45 = 20$ První figurka se může dostat na o 20 víc políček než figurka druhá.</p>
c)		<p> $169 - 65 = 104$ $169 - 45 = 124$ $124 - 104 = 20$ Druhá figurka může na o 20 políček méně než první figurka. </p>

4. Rozměrům papíru 210 x 150 mm odpovídá 42 x 30 čtverečků. Největší obdélník dané vlastnosti je 42 x 28 čtverečků. $42 : 3 = 14$, tedy existuje 14 možných velikostí.
5. Příklady útvarů jsou na následujícím obrázku:



Útvar c) neexistuje. Kdyby takový útvar existoval, je zjevné, že jeho střed souměrnosti S by ležel na jeho ose souměrnosti o . Uvažujme nyní bod A , který leží mimo tuto osu. Protože je útvar osově souměrný, musí A' , který je obrazem bodu A v osově souměrnosti podle osy o , ležet uvnitř útvaru. Protože je útvar středově souměrný, musí uvnitř tohoto útvaru ležet i bod A'' , který je obrazem bodu A' ve středové souměrnosti podle středu S . Body A a A'' (ať je jejich poloha jakákoli) jsou však zjevně osově souměrné podle přímky p , která je kolmá k o a prochází bodem S . Neboli útvar, který je středově souměrný a má osu souměrnosti, musí mít minimálně ještě jednu osu souměrnosti, nemůže mít právě jednu osu.